

6 класс, 1 день

1. Будем говорить, что ладья, стоящая на доске 8×8 , может с нее уйти, если хотя бы в одном из направлений (вправо, вверх, влево или вниз) все клетки от нее до края доски пустые. На доске 8×8 стоят две ладьи (обе не на краю доски). Докажите, что Вася может положить на клетки доски 6 камней так, чтобы обе ладьи не могли уйти с доски.

2. Вася расставил по кругу числа от 1 до 100. За каждое число, которое больше суммы двух своих соседей он получает от папы 1 рубль. Какую наибольшую сумму сможет заработать Вася?

3. Максим выписал в тетради все натуральные числа от 1 до 20 и покрасил некоторые из них в красный цвет. Костя может взять любой набор различных натуральных чисел, не превосходящих 20, и спросить Максима, сколько среди них красных. После того как Костя задаст несколько таких вопросов, Максим сообщит ответы на эти вопросы, но не обязательно в том же самом порядке. Как Костя может определить все красные числа?

4. Петя, Костя, Вася и Толя играют в следующую игру. Изначально на доске написан ноль. Первым ходит Петя, вторым — Костя, третьим — Вася, а четвертым — Толя. За один ход можно прибавить к числу на доске некоторое натуральное число: Пете и Толе разрешается прибавлять числа от 1 до 7, а Косте и Васе — от 1 до 8. Петя и Вася одной командой играют против команды Кости и Толи. Выигрывает та команда, чей игрок получит число 345. Определите, какая из команд может выиграть.

5. В стране 10 городов, некоторые из которых соединены прямыми дорогами. Оказалось, что любые четыре города можно объехать в некотором порядке, проехав ровно по трем дорогам. Какое наименьшее число дорог может быть в такой стране?

6. Каждая сторона правильного треугольника разбита на 4 равные части и через точки деления проведены прямые, параллельные сторонам. В результате треугольник разбился на 16 маленьких треугольничков. Каждый из этих треугольничков покрашен в синий или красный цвет. Разрешается перекрасить какой-нибудь треугольничек, а также все треугольнички, имеющие с ним общую сторону. Верно ли, что такими операциями из любой раскраски можно получить полностью красный треугольник?

7. В классе учится 20 школьников. Каждый подарил по конфете девяти своим одноклассникам. Оказалось, что среди любых троих какие-то двое подарили друг другу по конфете. Докажите, что всех школьников можно разбить на 2 группы таким образом, что каждый из них дарил конфеты только тем, кто находится с ним в одной группе.